Dr. Mashop.

C1

L. 4. I. 1931.

Considerationes super Geometria de Riemann

Me prehende segmento AB, duc in idem verso ab suo extremos perpendiculares $\underline{a}$ et $\underline{b}$, et ab puncto C de $\underline{a}$ duc perpendiculare usque ad $\underline{b}$, in ~~C~~ D: me obtine ita quadrangulo cum angulos recto in A, B, C et angulo in D de $90^\circ + \alpha$. Ab puncto C me duc postea segmento, qui fac angulo α cum CA, usque ad AB, in E, et me obtine triangulo ACE minore de quadrangulo $ACDB$.

Me prehende super $\underline{a}$ novo segmento $CC_1 = AC$, et ab C_1 duc perpendiculare usque ~~at ad B~~ ad $\underline{b}$ in D_1: me ~~Me~~ obtine novo quadrangulo CC_1D_1D cum angulos in C et C_1 recto, angulo in $D = 90^\circ - \alpha$ et angulo in $D_1 = 90^\circ + \alpha_1$, cum $\alpha_1 > \alpha$. Postea ab C_1 me duc segmento, qui fac angulo α_1 cum C_1C, usque ad CD in E_1. Etiam nunc triangulo CC_1E_1 es minore de quadrangulo CC_1D_1D.

Es etiam

$$CC_1D_1D < ACDB$$

$$CC_1E > ACE$$

Et me continua. Me construe ita ordine de quadrangulos decrescente et ordine de triangulos crescente: et omne quadrangulo es maiore de omne triangulo.

Nunc ordine de primo n quadrangulos habe ita superficie maiore de n ACE; et cum cresce n, ordine de quadrangulos sume igitur que homo vol magnitudine.

Sed toto ce es contradictorio. Igitur a et b, si perveni ad sufficiente magnitudine, perveni etiam ad incide inter se.

II

Si nos admitte infinitate de recta, nos perveni ad alio magno contradictione.

Que es etiam nunc a et b perpendiculare in extremos ad segmento AB et que perveni

$\underline{b}$ ad fac angulo $90°+\alpha$ cum perpendiculare ad $\underline{a}$ in puncto variabile C. Alio recta que ab puncto variabile D de $\underline{a}$ perveni ad $\underline{b}$ et que fac angulo $\beta \geq \alpha$ cum DA, perveni post ad fac angulo $0°$ cum $\underline{b}$. Et que eveni ce in puncto E. Quod significa ce? Que $\underline{b}$ se divide in duo (in infinito) ramo aut que duo recta $\underline{b}$ et DE fac in E flexo?

III

Que es triangulo isoscele ABC cum $AB=AC$ et que nos duc mediana AD. In triangulo rectangulo ADC nos habe

$$\hat{C} = 90° - \hat{A} + \alpha$$

Si nos fac cresce AD usque ad puncto in que nos habe $\alpha = \hat{A}$, angulo $\hat{C}$ deveni recto. Nostro triangulo isoscele es igitur diviso ab mediana in duo triangulo isoscele: quod es possibile solum si nostro triangulo es sphaerico.

Ab punctos aequidistante super ~~uno~~ recta me duc perpendiculares ad recta in idem verso. Que isto perveni ad se tange. Que primo et secundo se tange in puncto P~~B~~: in idem puncto debe se tange secundo et tertio, tertio et quarto: in idem puncto debe se tange totos. Ce debe eveni etiam si nos duc medianas de nostro triangulos isoscele et postea medianas de novo triangulos isosceles et si nos ita continua indefinite. Igitur punctos de nostro recta es toto aequidistante ab P: quod es possibile solum si nostro recta es... circumferentia. P pote postea es in plano de idem circumferentia aut non; et nostro superficie es tunc curvo.

Igitur nos non debe dic que geometria de Riemann habe interpretatione in sphaera, sed que es geometria de circulo aut de sphaera aut de ~~te~~ elipsoide de rotatione.

Giuseppe Tolla

Perugia, R. Lyceo Scientifico