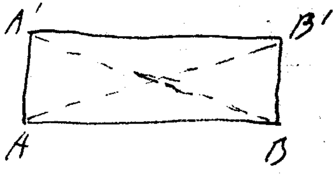
Illustre Professore,

Approfitto della Sua estrema gentilezza e mi permetto ancora di disturbarLa con nuovi tentativi di dimostrazione del postulato di Euclide.

I

Prendo un segmento AB, e dai due estremi innalzo perpendicolarmente un altro segmento. Congiungo poi i due nuovi estremi.



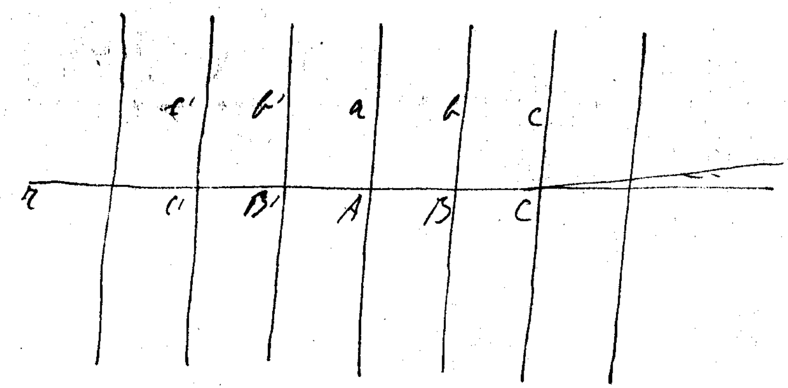
Faccio ora crescere indefinitamente AB. La superficie del quadrilatero non tende con ciò all'infinito? E come può crescere all'infinito ~~la~~ l'eventuale deficienza, secondo il teorema di Lambert?

Anzi, se al crescere di AB l'angolo AB'B tende ad essere retto, e così pure l'angolo BA'A, non tenderanno pure ad essere retti A'$\hat{B}$'B e B'$\hat{A}$'A, e non tenderà così ad annullarsi la supposta deficienza iniziale?

II

Data una retta r e la successione dei punti equidistanti

...C', B', A, B, C ....



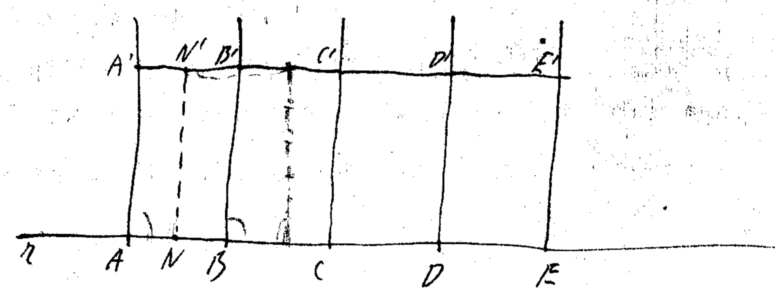
conduco per questi la successione di perpendicolari

...c', b', a, b, c, ...

Ciascuna di queste, come facilissimamente si dimostra, è asse di simmetria della figura. Ma ciò è possibile, se si ~~esclud~~ esclude l'ipotesi euclidea?

III

Nella stessa figura e da una stessa parte rispetto ad r prendo sulle successive perpendicolari punti equidistanti da r.



Congiungendoli successivamente, ottengo una successione di segmenti uguali, che non so tuttavia se costituiscano una retta o una spezzata.

Osservo però che, se conduco la perpendicolare dal punto di mezzo di un segmento base, ad es. da N in AB, fino a incontrare $A'B'$ in N', N' è il punto di mezzo di $A'B'$ ed è anche punto di perpendicolarità di NN' e $A'B'$!

All'avvicinarsi indefinito dei punti A, B, C... non si avvicinano indefinitamente anche i punti di equidistanza A', B', C'.... fino a costituire una linea continua? E non giungono così a costituire linea continua anche i suoi punti di perpendicolarità alle successive perpendicolari? La linea che abbiamo così ottenuto, dei punti equidistanti in un semipiano da r, non è perciò retta, ciò che dimostra il postulato euclideo?

Mi sto occupando anche dell'interpretazione proiettiva che l'Enriques ha data della pangeometria; ma mi pare anzitutto che non riguardi che il caso angolo acuto, e in secondo luogo che non escluda affatto il carattere puramente immaginario di tale caso della geometria non euclidea. —

Io La disturbo troppo, certamente, ma Ella vorrà perdonare alla mia ansia di approfondimento e di ricerca.

Non so come esprimerle tutta la mia gratitudine.

Voglia gradire i miei più devoti ossequi.

Dev.

Prof. Giuseppe Rolla

Perugia (R. Liceo Scientifico),

1 maggio 1930