1

Calcolando la differenza $p-s$ (parallelo p. cerchio massimo s) colla formola $\frac{x^3}{3}\cos\varphi\,(\operatorname{sen}\varphi)^2$ (1) con $x=\frac{\pi}{360}$ per $\varphi=45°$ e $\varphi=55°$, ottenni anch'io fin da principio

45°) $p-s=0,498$ metri e (55°), $p-s=0,543$.

Ma la formola (1) è approssimata.

Calcolo ora $p-s$, colla formola esatta

$2x\cos\varphi-2\operatorname{sen}^{-1}(\operatorname{sen}x\cos\varphi)$. Cioè mi procuro $2x\cos\varphi$ e $2\operatorname{sen}^{-1}(\operatorname{sen}x\cos\varphi)$ e ne faccio la differenza. Sia sempre $x=\frac{\pi}{360}$

Calcolo di $2x\cos 45$, per $r=6370$ km. cioè di

$\frac{3600}{206265}\times 6370.\cos 45°$

$$\log.3600=3,5563025$$
$$\log 6370=3,8041394$$

$$\log.3600\times6370=7,3604419$$
$$\log 206265=5,3144251$$

$$\log\frac{3600\times6370}{206265}=2,0460168$$
$$\log.\cos.45°=9,8494850$$

$$\log\frac{3600''\times6370}{206265}\cos45°=11,8955018-10$$

al quale logaritmo corrisponde il numero 78,61434 che è la lunghezza dell'arco di 1° sul parallelo di 45° della sfera di $r=6370$. In modo analogo trovo 63,76878 per la lunghezza dell'arco di 1° sul parallelo di $\varphi=55°$.

$P_{45°}=78,61434$; $P_{55°}=63,76878$.

Calcolo ora l'arco di cerchio massimo per $\varphi = 45^\circ$ $r = 6370$. $x = \frac{\pi}{360}$

[colla] formola $s = \frac{6370}{206265} \times 2.\text{amp.arc}(\text{sen} = \cos\varphi \,\text{sen}\, 1800'')$

[log] $6370 = 3{,}8041394$	$\log.\cos 45^\circ = 9{,}8494850$
[log] $206265 = 5{,}3144251$	$\log\ \text{sen}\, 1800'' = 7{,}9408419$
[log] $\frac{6370}{206265} = 8{,}4897143 - 10$	$\log.\cos 45^\circ \text{sen}\, 1800'' = 17{,}7903269 -$

$\log(\text{sen} = \cos 45^\circ \text{sen}\, 1800'') = 17{,}7903269 - 10$, al [qua]l seno corrisponde l'arco $21'\,12'',78$, il doppio del quale [è] $42'\,25'',56 = 2545'',56$.

$\log.2545'',56 = 3{,}4057834$

$\log \frac{6370}{206265} = 8{,}4897143 - 10$

$\log.s = 11{,}8954977 - 10$

$s_{45^\circ} = 78{,}61359.$

[Ne]lla pag. precedente si ha $p_{45^\circ} = 78{,}61434$

[P]er $\varphi = 45^\circ$ $x = \frac{\pi}{360}$ ~~p-s = 78,61359~~

$p - s = 78{,}61434 - 78{,}61359 = 0{,}00075$ km; cioè $0{,}75$ metri

? ? ?

Ritengo di sbagliare nel calcolo di s colla formola

$$s = \frac{6370}{206265} \times 2.\text{amp. arc}(\text{sen} = \cos.45^\circ \text{sen}\, 1800'')$$

[m]a non riesco a trovare come e dove sbaglio.

Ritengo esatto il calcolo di p.

Calcolo della formola

$$s = \frac{6370}{206265} \times 2\ \text{amp.arc}(\text{sen} = \cos 55^\circ \text{sen}\, 1800'')$$

$\log \frac{6370}{206265} = 8{,}4897143 - 10$

$\log.\cos 55^\circ = 9{,}7585913$

$\log.\text{sen}\, 1800'' = 7{,}9408419$

$17{,}6994332$

l'arco il cui seno ha questo logaritmo è $17'\,12'',43$, il cui doppio è $34'\,24'',86 = 2064'',86$

$\log.2064'',86 = 3{,}3148906$

$\log \frac{6370}{206265} = 8{,}4897143$

$\log \frac{6370}{206265} \log.2064'',86 = 11{,}8046049$. $11{,}8046049$, il numero corrispondente è $63.7683 = s_{55^\circ}$

Ma si trovò $p_{55} = 63{,}76878$, quindi

$p_{55^\circ} - s_{55^\circ} = 63.76878 - 63{,}7683 = 0{,}00048$ km.

0,48 metri

? ? ?

Ritengo di sbagliare nel calcolo di s colla formola

$$s = \frac{6370}{206265} \times 2\ \text{amp. arc}(\text{sen} = \cos 55^\circ \text{sen}\, 1800'')$$

ma non riesco a trovare come e dove ~~sbaglio~~.

Ritengo esatto il calcolo [di p].

Dalla formola $p - s = \frac{x^3}{3} \cos\varphi (\operatorname{sen}\varphi)^2$ (1) dedussi il teorema seguente. Se sopra un parallelo di latitudine φ, si ha due archi di ampiezza $2x_1$ e $2x_2$, le differenze fra le loro lunghezze e quelle dell'arco di cerchio massimo che ne congiunge gli estremi stanno fra loro come i cubi delle semi ampiezze. Infatti per la (1) si ha $p_1 - s_1 = \frac{x_1^3}{3} \cos\varphi (\operatorname{sen}\varphi)^2$

$$p_2 - s_2 = \frac{x_2^3}{3} \cos\varphi (\operatorname{sen}\varphi)^2$$

donde $\frac{p_1 - s_1}{p_2 - s_2} = \frac{x_1^3}{x_2^3}$ e $p_2 - s_2 = \frac{x_2^3}{x_1^3} (p_1 - s_1)$

Nell'ottima Trigonometria di Hammer è risolto il problema seguente: Dati due punti sul parallelo di 48° 30' comprendenti un arco $2x = 10° 20'$ trovare la differenza $p - s$, fra la lunghezza p di esso e quella s dell'arco di cerchio massimo che ne congiunge gli estremi. Egli calcola p colla formola $p = 2x . r \cos\varphi$. ($r = 6370$) e trova $p = 761,2$ chm. Calcola poi l'ampiezza dell'arco di cerchio massimo colla formola $\operatorname{sen}\frac{e}{2} = \cos\varphi \operatorname{sen} x$ e trova $e = 6° 50' 30,''3$ e la lunghezza di tale arco 760,6, donde $p - s = 761,2 - 760,6 = 0,6$ chm. Verificai i calcoli; sono esatti.

Verificai i calcoli di Hammer a mezzo del teorema sopra dimostrato, come segue. Colla formola $p - s = \frac{x^3}{3} \cos\varphi (\operatorname{sen}\varphi)^2$ metri calcolai $p - s$, per $\varphi = 48° 30'$ ed $x = \frac{\pi}{360}$ ed ebbi $p - s = 0,5245$ poi moltiplicai quel valore per $10° 20' = 10,°3333$ elevato al cubo ed ottenni 0,58 chm, cioè colla approssimazione di Hammer 0,6 chm. Trovai anche 0,6 chm, per $\varphi = 48° 30'$ e $2x = 10° 30'$

calcolando direttamente per quei dati la formola

$$p - s = \frac{x^3}{8} \cos\varphi \left(\operatorname{sen}\varphi\right)^2$$