

gentilissimo Professore,

La nota che purpari di pubblicare mi contiene di tessuta ancora presso di me perché mi pare che dia luogo a considerazioni nuove sulla teoria delle equazioni algebriche - In qualunque modo gradirei i referti della on. gentilissima. Pertanto Le trascuro alcuni teor. della predetta nota e se lei vederà me ne servirà qualcosa:

Indico con U_n e V_n le funzioni numeriche di Lucas.

Sono dati i due polinomi

$$f(x) = x^n + A_1 x^{n-1} + \dots + A_{n-1} x + A_n$$

$$\varphi(x) = (x - \alpha_1)(x - \alpha_2) \dots (x - \alpha_k) \quad (u \neq k)$$

Le condizioni necessarie e sufficienti affinché $f(x)$ sia divisibile per $\varphi(x)$ sono

$$(1) \begin{cases} U_{n-1} + A_1 U_{n-2} + \dots + A_{n-2} U_2 + \frac{A_n}{q} = 0 & (-Q^2 = q) \\ U_n + A_1 U_{n-1} + \dots + A_{n-1} U_1 = 0 \end{cases}$$

oppure le altre

$$(2) \begin{cases} V_n + A_1 V_{n-1} + A_2 V_{n-2} + \dots + A_{n-1} V_1 + A_n V_0 = 0 \\ U_n + A_1 U_{n-1} + \dots + A_{n-1} U_1 = 0 \end{cases}$$

Il gruppo di cond. (1) è stato trovato dal Longchamps e dopo dal Praviaz, il gruppo (2) da me - mediante un teor. che stabilisce (come nella nota che Le scrivo) si può mostrare che ~~esse~~ derivazione od integrazione i due gruppi sono identici.

Le condizioni necessarie e sufficienti affinché $f(x)$ sia divisibile per $\varphi_2^k(x)$ sono le $2k$ condizioni, analoghe alle (1) ed alle (2), costruite rispetto ai polinomi

$$f(x), f'(x), f''(x), \dots, f^{(k-1)}(x).$$

Le condizioni ^{necessarie e sufficienti} affinché il polinomio $f(x)$ sia divisibile per il polinomio $\varphi^k(x)$ sono ~~costituite dalle~~ le (1), (1)', (1)''... (1)^(k-1) oppure le (2), (2)', ... (2)^(k-1); costruite ciascuna coppia (1)ⁱ rispetto ai polinomi $f(x), f'(x), f''(x), \dots, f^{(k-1)}(x)$ ed a termini $(x-a_1)(x-a_2), \dots, (x-a_{k-1})(x-a_k)$

Qui si osserva che le cond. si possono costruire in $\frac{k(k-1)}{2}$ modi -

Caro Professore - spero che facendo buon uso di questi elementi gentilezza verrà di buono - se un tempo ~~è~~ avrà guadagnato - e lei me lo insegna -
Riceva le mie aff^{te} che sono quelle di ~~un~~
discepolo riverente Grandolfo