

Paris, le 5 Janvier 1905.

Cher Monsieur,

Vous savez quelle triste circonstance m'a empêché de vous répondre plus tôt; je vous remercie de la <sup>carte</sup> lettre que vous avez bien voulu m'écrire <sup>avant de connaître cet événement</sup> à cette occasion. Je vous renvoie aujourd'hui les épreuves de votre Logica mathematica. Et d'abord, permettez-moi de vous dire, en toute franchise, que je regrette que vous ayez rédigé votre ouvrage en Latino sine flexione; et cela, non que cette langue me déplaise, mais parce que je crains qu'elle ne choque bien des gens et ne rebute des lecteurs possibles. Il ne faut pas associer deux entreprises impopulaires, dans leur intérêt même: or, si la L.I. est encore impopulaire pour bien des gens, la Logique mathématique se heurte encore à bien des préjugés et des partis-pris même chez les mathématiciens; j'en ai fait récemment l'expérience en m'adressant à plusieurs de mes amis et contemporains mathématiciens pour leur recommander votre système et vos travaux; ils m'ont répondu de la manière la plus dédaigneuse et, j'ose dire, la plus sotte. Je crois donc sincèrement que <sup>il</sup> ~~ce~~ n'est pas conforme à l'intérêt de votre système logique (pour lequel vous connaissez mon admiration et ma sympathie) de l'exprimer dans une langue nouvelle qui risque de choquer et de rebuter les lecteurs. Je n'ai pas le droit, comme Français, de regretter que vous ne fassiez plus usage de ma langue; mais je puis vous assurer qu'il vaudrait encore mieux, pour la diffusion de vos idées, que vous employiez l'italien, que dans ces matières tout le monde comprend ou devine.

Sur le fond du sujet, je regrette que vous ne vous soyez pas décidé à exposer les principes de la Logique d'une manière vraiment logique, c'est à dire en distinguant et formulant les Pp. et les Df., et en en déduisant les autres P. Je sais que c'est assez difficile, et qu'on a l'embarras du choix entre plusieurs systèmes; mais cet inconvénient existe dans toute théorie déductive, et ce n'est pas une raison suffisante pour renoncer à élaborer de telles théories.

Ensuite, j'aurais voulu que vous distinguiez nettement le Calcul des P. et le Calcul des Cls., qui se mêlent dans vos premières pages d'une manière déconcertante pour le commençant. Si vous ne voulez pas adopter des signes différents pour les relations et opérations entre P. et entre Cls., comme le propose et le fait M. Russell, du moins il ne faudrait définir et distinguer très clairement les deux sens attribués aux mêmes symboles. Par exemple, vous ne définissez pas l'addition et la négation des P. et en revanche vous ne définissez pas formellement la multiplication <sup>(des Cls)</sup> au moyen de celle des P., alors que vous le pourriez. D'autre part, vous définissez plusieurs fois (en apparence) le même signe, d'abord pour les P., puis pour les Cls., enfin pour les individus (p. 4.1, 5.2). Il me semble que pour les individus tout au moins, il conviendrait d'avoir un autre signe, comme  $\equiv$ . Et puis, pourquoi dites-vous (p. 12) qu'on ne peut pas définir le signe =, parce qu'il figure dans toute définition? N'êtes-vous plus de l'avis de M. Buraliotti qui dit que le signe = des Df. est un signe spécial? Il est vrai que cette opinion prête à discussion, car dans les déductions les Df. jouent le rôle de véritables égalités (j'ai essayé d'expliquer ce fait paradoxal dans un article qui va paraître dans l'Enseignement math. de ce mois). Pour le signe  $\supset$ , votre opinion n'est pas claire: vous semblez le définir d'abord entre P. constantes, puis, P. 5; entre P. variables, et encl' affectant d'indices. C'est la bonne méthode, à mon avis, mais je me souviens que vous trouviez inutile le signe  $\supset$  entre P. constantes. Avez-vous changé d'avis? Il faudrait alors définir (verbalement) ce signe d'une manière plus précise, pour bien distinguer l'implication matérielle de l'implication formelle (comme dit M. Russell). - A ce propos, vous appelez "déduction" ce que je crois devoir appeler "implication" (p. 17). Ce n'est pas une simple question de mots. La déduction consiste à affirmer la Ts d'une implication quand l'Hp est vraie; elle consiste donc dans la dissolution d'une implication; et cela, en vertu du "principe de déduction", comme je l'appelle, qui peut s'énoncer:

Toutes les fois que l'Hp d'une implication est vraie, on peut la supprimer, et affirmer indépendamment la Ts. C'est une Pp que vous énoncez § 10, sans la qualifier de Pp, et sans la distinguer suffisamment de cette autre Pp que j'appelle, avec M. Russell, principe de substitution. Ce n'est pas une raison parce que ces Pp ne peuvent pas se formuler symboliquement pour ne pas les classer au nombre des Pp, au contraire: c'est une raison pour les formuler tout au commencement, avant toute Pp symbolique. A ce propos, je vous dirai que ces Pp non symboliques se trouvent, non seulement chez MM. Frege et Russell, mais aussi chez M. Johnson, dont j'ai lu récemment les articles du "Mind" (1892); c'est même une des meilleures remarques de cet auteur, dont le symbolisme est fort médiocre; mais dont les idées théoriques ont de la valeur.

P.16, vous dites qu'on ne distingue guère entre "égalité" et "équation": je puis vous assurer que, en français du moins, cette distinction est très nette et tout à fait classique: on appelle "équation" une égalité conditionnelle, c'est à dire qui n'est vraie que pour certaines valeurs des variables; quand une égalité qui contient des variables est vraie quelles que soient leurs valeurs, on dit que c'est une identité (mot mal choisi d'ailleurs, car il peut y avoir des "identités" qui ne soient pas des égalités). Je crois que cette distinction est spéciale au français: l'allemand emploie "Gleichung" dans les deux sens. J'en tiens pas autrement aux expressions françaises; mais je crois que les deux sens sont utiles à distinguer, surtout dans l'enseignement; et je voudrais même qu'on les distinguât par les signes. C'est ce que font certains professeurs français, qui emploient le signe  $\equiv$  pour indiquer l'identité, ou l'égalité par définition.

Enfin, p. 14, vous avez l'amabilité de citer mes articles de la R.M.M., bien qu'ils n'aient aucune prétention à l'originalité. Mais je n'aime pas qu'on cite mon article de 1899, parce qu'il exprime sur votre système une opinion que je n'ai plus. Je suis encore satisfait

de mes articles de 1900; je n'ai rien publié en 1901, 1902, 1903 qui concerne directement la Logique. Restent mes articles de 1904-1905, qui ne sont pas encore terminés, et que je réunirai en volume sous le titre "Les Principes des mathématiques". Ce n'est en somme qu'un résumé du grand ouvrage de M. Russell, quelque chose d'intermédiaire entre un compte-rendu et une traduction; disons: un commentaire libre, que je crois utile comme introduction à cet ouvrage et à vos travaux. Je vais publier bientôt chez Alcan un "Manuel de Logistique" qui sera un résumé de votre système logique, et une introduction aux travaux de vous et de vos disciples. Si votre "Logica" n'est pas pour paraître tout de suite, vous pourriez citer ce dernier opuscule, qui vise à être pour le public français ce que la Logica matematica de M. Burali est pour le public italien, en tenant compte de la différence de date, qui fait que je pourrai profiter des progrès faits par la Logistique depuis dix ans.

Vous avez pu voir comment j'ai répondu aux critiques assez injustes que M. Pierre Boutroux a adressées à la Logistique à Genève. Il va faire paraître dans le N° de Janvier de la R.M.M. un article un peu mieux documenté. Il paraît qu'il vous a écrit à ce sujet; le fait est-il exact? En tout cas, il aurait pu commencer par se renseigner avant de dire sur la Logistique des choses qui prouvent qu'il ne la connaissait pas.

Un de mes correspondants, habitant Constantinople, ayant vu mentionner dans un journal grec votre "Latino sine flexione" à propos de la note de M. Mansion à l'Académie de Bruxelles, m'a demandé de lui procurer vos publications. Je lui ai envoyé vos deux premières brochures qu'il m'a payées 2 fr. Je vous prie de disposer de cette somme quand et comme vous voudrez. - - Veuillez agréer, cher Monsieur, avec mes meilleurs vœux pour vous et Madame Peano, l'expression de mes sentiments les plus dévoués.

Louis Couturat