

Paris, le 15 Mars 1906.

Cher Monsieur,

Je me proposais de vous écrire au sujet de vos trois lettres si pleines de remarques intéressantes, et de vous en remercier; mais je n'en ai pas eu le temps ces jours-ci (où j'ai eu à m'occuper de la correction de l'article de M. Pieri), et c'est pourquoi j'ai chargé M. Purali d'une commission laconique pour vous. Je tenais à vous expliquer pourquoi je n'ai pas cru pouvoir profiter de quelques-unes de vos suggestions. Pour le théorème de Bernstein, je dois vous avouer que je ne comprends pas très bien votre démonstration, ⁽¹⁾ et que je ne vois pas comment elle est une traduction de la démonstration ordinaire; c'est ce qui m'empêche (bien qu'ayant toute confiance dans votre compétence logique et mathématique) d'en prendre la responsabilité. J'aurais pu la citer en votre nom; mais je ne crois pas qu'elle eût désarmé M. Poincaré. En effet, on n'y voit pas figurer l'idée de nombre; mais on y voit figurer (comme vous le remarquez vous-même) le principe d'induction sous une autre forme. Or l'argument de M. Poincaré est celui-ci (que je crois faux): Le principe d'induction n'est pas la définition des nombres finis, car il est invoqué dans la démonstration du théorème Bernstein, ^{dans le monci duquel} ~~il~~ ne figurent pourtant pas les nombres finis. C'est cet argument que je me suis efforcé de réfuter; et pour cela je n'avais pas besoin de fournir une autre démonstration du théorème, et de répondre au défi de M. Poincaré. Il me suffisait de montrer que, dans la démonstration ordinaire, le principe d'induction intervient parce que les nombres finis interviennent, ou du moins les "progressions". Et il me semble qu'on peut dire la même chose de votre démonstration: car le principe d'induction y sert de définition à N_x , qui me paraît analogue aux "chaînes" de Dedekind, c'est à dire à une généralisation de la notion de progression.

(1) Je puis vous le renvoyer si vous le désirez; inutile de la récrire.

Sur la question des définitions, c'est bien aux logisticiens que s'adresse le reproche de M. Poincaré (c'est un des deux griefs principaux, qu'il a soulignés)^{p. 821}, et il fallait y répondre, d'autant plus que le reproche n'est pas justifié par lui, et se retourne contre lui. Du reste, ce n'est pas vous et vos collaborateurs qu'il vise, mais M. Russell: car la seule preuve que M. P. en donne est la prétendue substitution d'une définition de Nefin à une autre, ou le prétendu changement de l'énoncé du principe d'induction. C'est une querelle qui a déjà paru dans Mind, où M. P. a répondu à une critique de M. Russell sur ce point. Or M. P. est évidemment dans l'erreur sur ce point, et il importait de le montrer. Mais il ~~était~~^{serait} inutile et maladroit de l'inviter en quelque sorte à trouver des paralogismes de ce genre dans le Formulaire, qu'il n'a jamais visé (et pour cause, car il ne l'a pas lu et ne veut pas le lire), même en disant par exemple qu'on n'en a jamais trouvé, ou autres choses semblables. Je me suis contenté de répéter dans mon article ce que je lui avais dit verbalement, à savoir que quand des mathématiciens estimés pour leur conscience et leur rigueur donnent des démonstrations au public, il ne suffit pas, pour en infirmer la valeur, d'émettre des doutes généraux et vagues, et que l'onus probandi incombe à ceux qui croient y découvrir quelque faute logique. J'ajoute que, quand j'ai dit cela à M. Poincaré, il a levé les bras au ciel en s'écriant: "Ah mais non, par exemple!", ce qui signifiait qu'il ne voulait à aucun prix s'infliger le supplice de lire votre Formulaire... tout en prétendant avoir le droit d'en suspecter la valeur! J'avoue que cette attitude m'a indigné, et décidé à faire ma réponse aussi sévère que possible. C'est pourquoi j'ai profité de mes avantages, c'est à dire de toutes les erreurs que M. P. a commises, en évitant tous les points litigieux où il pourrait trouver quelque chose à répondre ou à discuter. En un mot, selon un mot d'argot d'étudiant,

Je me suis efforcé de le "coller", ce qui est assez présomptueux de ma part. Si je n'y ai pas réussi, et s'il répond en portant la question sur le terrain mathématique (où il a tout l'avantage sur moi), vous pourrez intervenir, et lui répliquer avec la compétence et l'autorité qui me manquent. - Certains lecteurs ont remarqué que sa tactique consistait à me prendre à partie, et à négliger ou à ménager les "maîtres", c'est à dire vous et M. Russell. C'est qu'au fond le conflit est purement philosophique; M. P. défend une certaine philosophie, fort à la mode (une sorte de kantisme), que les théories de Russell tendent à ruiner. Certains de mes amis auraient voulu que je portasse le débat sur le terrain philosophique (cela leur eût paru plus intéressant qu'une discussion logique et technique qu'ils ne comprennent pas); mais je m'en suis bien gardé, parce que sur ce terrain tout peut se soutenir avec plus ou moins de vraisemblance, et les discussions n'en finissent pas, attendu qu'on n'a pas de principes ni de règles fixes. C'est pour expliquer cela que j'ai écrit mon dernier paragraphe. M. P. ayant eu l'imprudence de poser la question sur le terrain logique, où il n'est guère fort, et où il prêtait le flanc à nos critiques, c'est sur le même terrain qu'il fallait le combattre et tâcher de le battre. Si nous y réussissons, ce sera une bonne leçon pour une foule de philosophes qui prétendent juger des choses sans les connaître ni les étudier. En outre, ces philosophes se rapportent aveuglément à l'autorité scientifique de M. P., et il fallait leur montrer le plus clairement possible que celui-ci commet des erreurs grossières. Pour cela, il fallait choisir les questions les plus simples et les moins controversables, et éviter au contraire les questions difficiles et obscures sur les quelles les savants discutent encore. Je ne prétends pas avoir épuisé le débat; mais j'espère l'avoir éclairci et "réduit à sa plus simple expression", pour que tout lecteur intelligent puisse

juger ou "sentir" de quel côté est la vérité et la rigueur. Comme je disais à M. Russell, je veux répondre aux arguments superficiels et grossiers de M. P. par des arguments de même nature, qui puissent corriger l'impression qu'ils font sur les lecteurs profanes ~~et incompétents~~. ^{Le jour où} ~~il~~ ^{voudra bien} ~~plait~~ à M. P. de traiter la question d'une manière sérieuse et scientifique, et non plus par des plaisanteries et des boutades bonnes à éblouir les gens incompetents, il sera temps pour vous et M. Russell d'entrer en lice.

J'ai rédigé une petite note pour annoncer le Formulaire, t. V, dans le Supplément de la RMM. J'en ai fait une autre sur le fascicule posthume de Schröder, où j'ai signalé l'étrange erreur qu'il a commise sur le sens de vos symboles. C'était bien la peine de mettre tant de soin minutieux et pointilleux dans les moindres détails de son oeuvre et dans ses citations et références historiques, pour commettre une pareille bévue, qu'un enfant apercevrait! Mais il faut dire qu'un auteur de calcul logique a beaucoup de peine à comprendre un système différent du sien. Vous en avez eu déjà la preuve en ce qui concerne Schröder; j'en ai eu d'autres en ce qui concerne M. MacColl, soit dans ses lettres, soit dans son récent ouvrage "Symbolic Logic", où, malgré tout ce que je lui ai dit, il renouvelle contre les autres logiciens des critiques injustifiées (sur la portée existentielle des P). Voyez aussi sa discussion avec Russell dans le Mind de 1905.

Quoi qu'il en soit, si je n'ai pas défendu votre cause aussi bien que vous l'auriez désiré et que vous l'auriez fait vous-même, j'espère du moins ne pas l'avoir trahie. On dit que dans la tactique militaire on laisse des lacunes et des points faibles où l'ennemi vient se faire prendre. J'espère qu'il en sera ainsi des lacunes de mon argumentation.

Veillez agréer, cher Monsieur, l'expression de mes sentiments bien dévoués.

Louis Couturat