Illustre Professore,

Oso approfittare ancora della estrema Sua gentilezza con l'illusione, dopo tante sconfitte, di avere finalmente conseguita la vittoria: poichè anche l'ultima dimostrazione ho dovuto riconoscere, dopo la Sua critica, come inconsistente.

Sto lavorando pure intorno ai fondamenti della Geometria, ma il lavoro mi è ancora lungo e difficile.

Lavoro anche per trovare qualche nuovo aderente ad API.

Gradisca i sensi della mia più viva gratitudine e i miei più devoti ossequi.

Dev.mo

Giuseppe Rolla

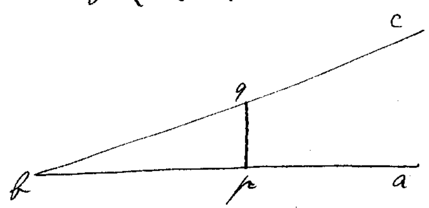
Perugia (R. Liceo Scientifico), 11 ott.bre 1931

Dimostrazione del postulato di Euclide

Sia

$$\text{ang}(b'ba,\ b'bc) = \alpha$$

$$0 < \alpha < 90^\circ$$



Da un punto variabile di $b'ba$, p, innalzo la perpendicolare verso $b'bc$. Questa, nell'ipotesi del Lobacewski, fino a un certo punto incontrerà la $b'bc$ nel punto variabile q, poi sarà parallela a $b'bc$, più oltre, divergerà sempre più da essa. Sia p_e il punto in cui la perpendicolare a $b'ba$ è parallela a $b'bc$. Si ha allora, reciprocamente, che le perpendicolari calate dai punti di $b'bc$ sulla $b'ba$ cadono tutte entro il segmento bp_e (p_e escluso).

Al variare di α tra 90° e 0°, varia anche p_e tra b e un certo punto ancora a distanza finita p_{ee}. Se p_{ee} non fosse a distanza finita, sarebbe facile dimostrare subito il postulato.

Ciò significa che qualsiasi perpendicolare, calata da un punto qualunque interno a un angolo retto a uno dei due lati, incontra questo a una distanza dal vertice compresa entro la grandezza bp_{ee}.

Ma qualunque perpendicolare innalzata entro lo stesso angolo da un punto su uno dei lati, la cui distanza dal vertice sia uguale o maggiore a bp_{ee}, contraddice al nostro risultato.

Ciò che dimostra il postulato di Euclide.