Milano 1-XII-25

R. F.

Illustre prof:

Degli 11 esercizi che mi sono permesso inviarle due li ho risoluti: uno è il seguente:

1) Dato un cerchio $C \equiv x^2+y^2-R^2=0$ e un altro $C' \equiv (x-a)^2+y^2-b^2=0$, trovare i centri dei cerchi di raggio nullo del fascio.

Ho trovato l'equazione in λ

$$(1+\lambda)(x^2+y^2)-2\lambda a x-R^2+\lambda(a^2-b^2)=0.$$

$$b^2\lambda^2-(a^2-b^2-R^2)\lambda+R^2=0$$

Le coordinate del centro sono dipendenti da λ e sono:

$$\left(x-\frac{\lambda a}{1+\lambda}\right)^2+y^2-\frac{R^2}{1+\lambda}+\frac{\lambda}{1+\lambda}(a^2-b^2)-\frac{\lambda^2a^2}{(1+\lambda)^2}=0.$$

$\frac{a\lambda}{1+\lambda}$ e 0

$$\cancel{(1+\lambda)}(\quad -R^2(1+\lambda)+\lambda(1+\lambda)(a^2-b^2)-\lambda^2a^2=0.$$

Si trovano quindi sull'asse delle x.

La realtà delle radici è data da

$$(a-b+R)(a+b-R)(a-b-R)(a+b-R) \gtrless 0$$

ecc. . . $-\lambda^2b^2+\lambda(a^2-b^2-R^2)-R^2=0.$

L'altro che ho pure risoluto è:

$$4b^2R^2-(a^2-b^2-R^2)^2 \gtrless 0$$

2) Fra i coeff.^{ti} u, v, w di una retta $ux+vy+w=0$, si ha la relazione costante:

$$u^2+v^2-\frac{w^2}{R^2}=0,$$

Dimostrare che la distanza dall'origine a questa retta, è costante

Detta d la distanza è

$$d=\frac{w}{\pm\sqrt{u^2+v^2}}$$

Ma per dato $u^2+v^2=\frac{w^2}{R^2}$ dunque

$$d^2=\frac{w^2}{u^2+v^2}$$ diventa

$$d^2=\frac{w^2\cdot R^2}{w^2}=R^2$$

da cui

$$d=\pm R=\text{costante}$$

Gli altri nove mi riescono molto oscuri. Ne ho risoluti fin ora 89.

Ho scritto oggi al prof. Vivanti per dirgli se è possibile la pubblicazione nel Periodico della mia conferenza come sarà fatto delle altre tre. Nel caso affermativo farmene 100 estratti a mia spese - s'intende - e che distribuirò agli amici e soci dell'A.p.l.

Attendo risposta. Se sì, manderò il manoscritto riveduto e corretto da Lei.

Attendo fino al 15 di questo mese il ritorno del Direttore del Secolo XIX. L'art. per il Secolo potrò farlo cominciare addirittura dal nascimento delle idee del secolo XIX che culminò al Volapük ecc. Se son rose fioriranno.

Mi creda sempre suo devotissimo

G. Di Dia

$$\left[2bR + (a^2 - b^2 - R^2)\right] \times \left[2bR - a^2 + b^2 + R^2\right] < 0.$$

$$\left[a^2 - (b-R)^2\right] \times \left[(b+R)^2 - a^2\right] < 0$$

$$(b-R-a)(b-R+a)(b+R-a)(b+R+a) > 0$$