Cuneo - 30 · VIII · 24 - R. 4 . IX

Illustrissimo e carissimo professore,
ho appreso che ella trovavasi a Toronto quando già le avevo inviato le poche pagine intorno alle "Progressioni aritmetiche". Mentre cordialmente mi rallegro con lei per il bel viaggio e sopratutto per la proficua propaganda dell'I.L. a cui dà luogo, mi permetto comunicarle alcuni miei pentimenti intorno alle pagine suddette.—

Al N. 28(?), ho scritto

« Ergo si $\Delta fx = \varphi x \;.\;.\; \Delta^{-1}(\Delta fx) = \Delta^{-1}\varphi x \;.\; fx - f0 = \Delta^{-1}\varphi x$ »

e questo è vero, ma è inutile ripetizione di quanto è detto prima; poi seguito

« $fx = \Delta^{-1}\varphi x + \text{constante}$ »

e ciò è falso, perchè la costante è proprio soltanto $f0$ e nessun altra. — Soppresso questo N. 28(?) bisognerebbe, perchè le altre pagine filino, porre in qualche sito:

« Si $fx = a_0 x^m + \dots + a_m$, tunc $\Delta fx = b_0 x^{m-1} + \dots + b_{m-1}$ »

In vero, supposito theorema vero pro uno valore m, seque

$$\Delta(A_0 x^{m+1} + \dots + A_{m+1}) = \Delta[x \times (A_0 x^m + \dots + A_m) + A_{m+1}] =$$
$$= \Delta[x \times (A_0 x^m + \dots + A_m)] + 0$$

Tunc per formula N(17?) $\Delta(x \times fx) = x \times \Delta fx + f(x+1)$

$$\Delta[x \times (A_0 x^m + \dots + A_m)] = x \times \Delta(A_0 x^m + \dots + A_m) + A_0 (x+1)^m + \dots + A_m$$

Per hypothese $\Delta(A_0 x^m + \dots + A_m) = B_0 x^{m-1} + \dots + B_{m-1}$ ergo

$$\Delta(A_0 x^{m+1} + \dots + A_{m+1}) = x \times (B_0 x^{m-1} + \dots + B_{m-1}) + A_0 (x+1)^m + \dots + A_m = (*)$$
$$= \alpha_0 x^m + \dots + \alpha_m$$

Theorema es vero pro $m = 1\ 2$, ergo es vero in generale

[* Me suppone noto theorema « gradu de producto de plure polynomio intero, vale summa de gradu de polynomios factore]

Seque: (ma non sono persuaso che questo seque basti)

« Si $\Delta fx = a_0 x^{m-1} + \dots + a_{m-1}$, tunc $fx = b_0 x^m + \dots + b_m$ »

Exemplo.

1) Si $fx = k$ (ubi k es constante)

tunc $fx = ax + b$

Me determina a et b

$\Delta(ax+b) = a$ seque $a = k$ b es constante arbitrario

2) Si $\Delta fx = ax + b$, $fx = mx^2 + nx + p$.

Me determina m n p

$\Delta(mx^2 + nx + p) = 2mx + m + n$

Tunc

$m = \frac{a}{2}$ $n = \frac{2b-a}{2}$ p es constante arbitrario

etc.

Dopo ciò, a parer mio, può onestamente continuare il N° 45 (?) per risolvere da $\Delta^n fx = a_n$

ad $fx = a_n C_n x + a_{n-1} C_{n-1} x + \dots + a_0 C_0 x$.

Continui a perdonarmi le libertà che mi prendo, e mi abbia sempre per suo devotissimo e affezionatissimo

discepolo

A Borio