R. 10. IX. 1929.

Monsieur et très honoré professeur!

Je voudrais bien connaître votre opinion sur la question suivante. Je ne sais pas s'il y a des essais quelconques sur la construction de la Métalogique, qui se trouve dans le même rapport avec la logique formelle, comme l'espaces à plusieurs dimensions avec l'espace ordinaire. Je vais vous communiquer sommairement les idées que j'ai posées au fond de mon essai d'une Metalogique et vous demander s'il est de quelque intérêt au point de vue de la Logistique? Si mes idées inspireraient de l'interêt à Vous ou à quelqu'un de vos élèves je donnerai dans un autre manuscrit (qu'on pourrait peut être imprimer dans un Journal) les détails de mes recherches En se bornant pour la Metalogique à trois termes, il est clair, qu'on doit remplacer la relation de deux termes : espece et genre par la relation de trois termes : espece, genre et hypergenre (a'', b', c). Je symbolise l'affirmation de cette relation ou la hyperproposition par

$$|a''\ b'\ c| \qquad (1)$$

Puis je conserve toutes les loix de la Logique des propositions, mais je remplace les loix de la Logique des classes par des généralisations qui m'ont parues les plus naturelles.

D'abord je développe la partie de la Metalogique, qui correspond à la logique classique. Je prend au lieu d'une hyperclasse reciproque (contradictoire) deux : ($\underline{a}$), ($\bar{a}$) en supposant $(\bar{\underline{a}}) = a$ $\bar{\bar{a}} = \underline{a}$ etc.

J'étudie les types des hyperpropositions

La hyperproposition universelle-affirmative (1). La hyperproposition universelle-negative : $|a\ \underline{b}\ \bar{c}| = |a''(\underline{b})'(\underline{c})|$

(On doit distinguer $(a\bar{b})$ aucun a n'est pas b et $|a'(\bar{b})$ tous les a sont non b).

d'où $|a\ \underline{b}\ \bar{c}| = |a''(\bar{b})'\underline{c}|$,

C'est obversio

La hyperproposition particulière-affirmative est à 6 termes

$$|ea\ \ fb\ \ gc|$$

elle affirme l'existence d'une hyperclasse telle que $\begin{vmatrix} x'' & e' & a \\ x'' & f' & b \\ x'' & g' & c \end{vmatrix}$

En vertu de la loi commutative de la logique des propositions :

$|ea\ fb\ gc| = |fb\ ea\ gc|$ (conversio) etc.

Or il y a deux types des propositions particulières-negatives.

I) $|ea\ fb\ \bar{g}c| = \begin{vmatrix} x'' & e' & a \\ x'' & f' & b \\ x'' & \bar{g} & \underline{c} \end{vmatrix}$ $|ea\ fb\ \bar{g}c| = |fb\ ea\ \bar{g}c|$

II) $|ea\ \ \underline{fb}\ \ \bar{g}c| = \begin{vmatrix} x'' & e' & \underline{a} \\ x'' & \underline{f} & \bar{b} \\ x'' & \bar{g} & \underline{c} \end{vmatrix}$ $|ea\ \underline{fb}\ \bar{g}c| = |ea\ \bar{g}c\ \underline{fb}|$

Les loix fondamentales de la Métalogique :

1) De l'<u>identité</u> $|a'' a' a|$

2) De la <u>contradiction</u>

on nie $|a'' (\underline{a})' (\bar{a})|$ ou en général on nie

$$\begin{vmatrix} a'' & b' & c \\ a'' & (\underline{b})' & (\bar{c}) \\ a'' & (\bar{b})' & (\underline{c}) \end{vmatrix}$$

3) Du <u>quatrième exclu</u>

$|a'' b' c|$ ou $|a'' (\underline{b})' (\bar{c})|$ ou $|a'' (\bar{b})' (\underline{c})|$

on doit ajouter que

$$|a\ \underline{b}\ \bar{c}| = |b\ \underline{c}\ \bar{a}| = |c\ \underline{a}\ \bar{b}|$$

Le hypersyllogisme a 3 hyperprémisses

L'opération <u>syllogistique</u> s'exprime par la formule suivante:

$$\begin{vmatrix} e'' & g' & c \\ f'' & e' & d \\ a'' & f' & e \end{vmatrix} \supset |a'' b' c| \qquad (2)$$

Ma métalogique donne la construction et les réductions des modes des hypersyllogismes, en les classant suivant les types de ses <u>hyperconclusions</u>.

Il est facile à voir que les modes obtenus se dégénèrent en modes correspondantes de la Logique classique pour $\underline{b}=\bar{b}$, si on remarque que la Métalogique se dégénère en Logique si on pose pour $\underline{b}=\bar{b}$

$$|a'' b c| = (a' b|\quad a \text{ est } b$$

$$|a\, \underline{b}\, \bar{c}| = (a\, \underline{b}|\quad a \text{ n'est pas } b.$$

Il y a __un__ seul hypersyllogisme avec hyperconclusion univ.-affirmative (2) (qui correspond à Barbara)

La hypersyllogisme avec la conclusion universelle négative qui correspond à Celarent

$$\begin{vmatrix} f & \underline{g} & \bar{c} \\ e & \underline{b} & h \\ a'' & e' & f \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} f''(\bar{g})'(\underline{c}) \\ e''(\bar{b})'(\underline{h}) \\ a'' \; e' \; f \end{vmatrix} \supset |a''(\bar{b})'(\underline{c})| = |a\, \bar{b}\, \underline{c}|$$

En appliquant conversio on obtient d'autres modes.

La hypersyllogisme

$$\begin{vmatrix} a'' & e' & k \\ e'' & h' & m \\ ae & fb & gc \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a'' & e' & k \\ e'' & h' & m \\ p'' & e' & a \\ p'' & f' & b \end{vmatrix} \supset \begin{vmatrix} p'' & h' & k \\ p'' & f' & b \\ p'' & g' & c \end{vmatrix} \supset |gc \;\; fb \;\; hk|$$

a la hyperconclusion particulière-affirmative

$\begin{vmatrix} a & \underline{l} & \bar{k} \\ e & \bar{h} & \underline{m} \\ e\underset{\cdot}{a} & fl & \overline{gc} \end{vmatrix} \supset \begin{vmatrix} fl & gc & \overline{hk} \end{vmatrix}$ - peut-être I correspond à Frno

$\begin{vmatrix} a'' & c'k \\ e'' & h'm \\ e\underset{\cdot}{a} & fl\ \overline{gc} \end{vmatrix} \supset \begin{vmatrix} h.k & fl & \overline{gc} \end{vmatrix}$ à Bocardo

et on le ramène à Ferio

J'ai trouvé environ 180 modes, mais je ne sais pas s'ils sont les seuls possibles. On peut indiquer comment en conservant l'analogie avec la logique classique on doit tamiser les modes possibles, mais c'est un travail bien pénible pour lequel je ne me suis pas décidé à le commencer. Pour la construction du système de la Métalogique formelle analogue à la logique mathématique on doit prendre <u>trois</u> opérations fondamentales (à la place de deux : addition et multiplication):

$\underline{abc}$, $\underset{\smile}{abc}$, $\overset{\frown}{abc}$

et <u>trois</u> symboles, correspondants à V et Λ

V, $\overset{\frown}{V}$, $\underset{\smile}{V}$

(on démontre au moyen d'autres postulats que $\overset{\frown}{V} = \overline{V}$, $\underset{\smile}{V} = \underline{V}$)

et postuler $a\underline{a}\bar{a} = V$, $\overset{\frown}{a\underline{a}\bar{a}} = \overset{\frown}{V}$, $\underset{\smile}{a\underline{a}\bar{a}} = \underset{\smile}{V}$ en posant encore quelques postulats.

Je ne m'a pas réussi de démontrer l'indépendance et la non-contradiction de ces postulats et de pousser la Métalogique de cet état dans lequel avait été la Géométrie de Lobatchewsky avant les recherches axiomatiques.

Je postule les propriétés

<u>commutative</u>:

$abc = bca = cab$

$\overset{\frown}{abc} = \overset{\frown}{bca} = \overset{\frown}{cab}$

$\underset{\smile}{abc} = \underset{\smile}{bca} = \underset{\smile}{cab}$

et <u>associative</u>:

$ab(cde) = (abc)de$

$ab(cde) = (abc)de$

J'ajoute le postulat de la <u>simplification</u>

$$|abc'' \quad a' \quad a|$$
$$|a'' \quad \overset{\frown}{abc}' \quad a|$$
$$|a'' \quad a' \quad \underset{\smile}{abc}|$$

et de la composition

$$\left|\begin{matrix} a'' & b' & c \\ a'' & d' & e \\ a'' & f' & h \end{matrix}\right| \supset |a'' \quad bdf' \quad ceh|$$

$$\left|\begin{matrix} a'' & b' & c \\ d'' & b & e \\ f'' & b' & h \end{matrix}\right| \supset |\overset{\frown}{adf}'' \quad b' \quad \overset{\frown}{ceh}|$$

$$\left|\begin{matrix} a'' & b' & c \\ a'' & e' & c \\ f'' & h' & c \end{matrix}\right| \supset |\underset{\smile}{adf}'' \quad \underset{\smile}{beh}' \quad c|$$

et de la tautologie

$$aaa = a$$
$$\overset{\frown}{aaa} = a$$
$$\underset{\smile}{aaa} = a$$

et les conditions de l'égalité

$$\left.\begin{matrix} |a'' \; b' \; c| \\ |b'' \; c' \; a| \\ |c'' \; a' \; b| \end{matrix}\right\} \supset a = b = c$$

Je donnerai ici deux exemples de la déduction.
On déduit le théorème correspondant au théor. de l'addition et de la multiplication

$$|a'' b' c| \supset |adg'' \; bdef' \; cdg|,$$

En vertu du post du syllogisme

$$\begin{vmatrix} a'' & b' & c \\ a'' & b' & c \\ adg'' & a' & a \end{vmatrix} \supset \begin{vmatrix} adg'' & b' & c \end{vmatrix}$$

post de la composition

$$\begin{vmatrix} adg'' & b' & c \\ adg'' & d' & d \\ adg'' & g' & g \end{vmatrix} \supset \begin{vmatrix} adg'' & bdg' & cdg \end{vmatrix}$$

Un autre exemple: la formule de l'englobissement

$$\underbrace{abc.aa} = a$$

post. de la simplification et la loix associat.

$$\begin{vmatrix} a'' & a' & \underbrace{abc.aa} \end{vmatrix}$$

de la composition et simplif.

$$\begin{vmatrix} a'' & a' & a \\ a'' & a' & a \\ abc'' & a' & a \end{vmatrix} \supset \begin{vmatrix} \underbrace{abc.aa}'' & a' & a \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a'' & a' & a \\ a'' & a' & a \\ a'' & abc' & a \end{vmatrix} \supset \begin{vmatrix} a'' & \underbrace{abcaa}' & a \end{vmatrix}$$

Parmi les formules de la Metalogique

se trouve la suivante:

$$\underbrace{\overbrace{abc}.\overbrace{bcd}.\overbrace{cde}} = \underbrace{\overbrace{def}.\overbrace{efg}.\overbrace{fgh}}\ \underbrace{\overbrace{ghi}\ \overbrace{hia}\ \overbrace{iab}}$$

$$= \overbrace{\underbrace{abc}.\underbrace{bcd}\ \underbrace{cde}}.\overbrace{\underbrace{def}\ \underbrace{efg}\ \underbrace{fgh}} = \overbrace{\underbrace{ghi}\ \underbrace{hia}\ \underbrace{iab}}$$

4 - loix distributive.

$\underline{abc}\ de = \underline{ade . bde . cde}$

$\overline{abc}.de = \overline{ade\ bde\ cde}$ etc.

Agréez Monsieur mes sentiments les plus sincères

Profes. Dmitrij Mordouchay-Boltovskoy

Russie

Rostov-Don

Staropochtovaya 78/5

29/VIII 1925.