

J'voudrais surtout Caen, le 12 mai 1899.
La faire connaître et
apprécier en France. Veuillez donc considérer
cette lettre, et l'article prochain, comme un
témoignage de ma haute estime et de ma
respectueuse sympathie. } Monsieur,

J'ai le plaisir de vous annoncer
que je viens enfin de terminer
l'article que je me proposais depuis
si longtemps de consacrer à votre
Logique mathématique. Dans cet
article, assez étendu (une trentaine
de pages), qui paraîtra en juillet
dans la Revue de Métaphysique,
je ne me suis pas contenté d'exposer
votre notation et les principes de votre
Calcul logique; j'en suis permis
quelques réflexions critiques, inspirées
par la comparaison de votre Logique
avec d'autres systèmes, notamment
celui de Schröder, et aussi par la

Votre collègue Louis de la Roche
Louis Couturat } Prof. Université de Caen
Calvados

comparaison des deux éditions du
Formulaire et de l'Introduction au
Formulaire. Je crois devoir vous sou-
mettre les principales de ces critiques,
afin que vous puissiez les rectifier, si
elles ne vous paraissent pas justifiées.

Touchant la notation, je trouve le
signe de la négation incommode et même
équivoque, à cause de son analogie (fautive)
avec le signe qui représente en mathématiques
la soustraction et les quantités négatives.
Je sais bien (et je le dis) que vous vous êtes
imposé la règle de mettre tous les signes
sur une même ligne horizontale. Mais,
comme ce signe doit porter uniquement
sur le symbole nié et ne sert pas à le
relier aux autres, j'aurais préféré le
trait de Boole - Veun-Diric, ou l'accent
de MacColl, ou l'indice de Schröder, ou
encore l'exposant [?] qui ne peut être ambigu
(J'ajoute que ce signe - nécessite les parenthèses, dont
vous avez partout ailleurs évité l'emploi)

3
D'autre part, je ne vois pas bien la
nécessité d'une copule spéciale ϵ , en
logique du moins, pour les jugements
singuliers, et il me semble que les
prétendues propriétés spéciales de cette
relation sont en réalité les propriétés
caractéristiques de l'individu, telles que
Schröder les formule dans son § 47.
Je discute les raisons données par M.
Vaitate dans la Revue de Métaphysique
de janv. 99 et par vous-même dans
Æ, § 16; elle ne me paraissent pas
décisives. Je ~~conclus en reconnaissant~~ ^{d'ailleurs}
que cette copule ϵ est vaine surtout
dans les hypothèses des propositions
mathématiques, pour désigner les espèces
de nombres qui désignent les lettres,
et je conclus qu'elle a plutôt une
utilité sténographique qu'une utilité
logique.
Touchant les définitions, j'ai remarqué

pour les classes (P201.) Mais cette définition elle-même a un double inconvénient, selon moi; elle fait dépendre l'addition de la multiplication et de la négation, au lieu de la définir directement; et par suite, elle masque la dualité ou réciprocité si remarquable de la multiplication et de l'addition. Je préfère la marche suivie par Schröder, et la définition formelle et symétrique des deux opérations, d'après Peirce (1):

$$a \circ b. a \circ c. s. a \circ bc \mid a \circ c. b \circ c. s. a \circ bc.$$

En outre, je trouve que les formules de De Morgan sont des théorèmes, et non pas des définitions, et qu'elles perdent presque tout leur intérêt quand on les emploie ~~pour~~ ^{pour} définir l'addition, et qu'on les présente ainsi comme une convention en apparence arbitraire.

(1) Cf. votre P201, dans Fe §1.

Je sais bien (et je l'ai dit) que cette
méthode vous permet de démontrer la
loi distributive inverse⁽¹⁾ (P. 215.) dont
Schröder fait un principe ou un postulat.
Il recommandait lui-même qu'on peut la
démontrer par l'intermédiaire de la
régulation, et c'est ce qui explique que vous
ayez réussi à démontrer une proposition
qu'il considère comme indémontrable.
Seulement, vous n'avez fait par là
que substituer un postulat à un autre,
puisque vous posez en principe une des
formules de De Morgan, tandis que
Schröder les démontre toutes les deux
parallèlement. Et puisque il a montré
(Appendices 4, 5, 6 du 1^{er} volume) que
la loi distributive inverse peut être fautive
alors que la loi distributive directe est
vraie (dans le calcul des groupes), je crois
qu'il vaut mieux la choisir pour postulat,
comme il le fait lui-même.

(1) Comme vous le remarquez vous-même, P. 243.

7
Pour ce qui est des principes du Calcul,
je trouve que vous admettez trop de Pp.
et qu'on peut faire l'économie de quelques-
unes. Si l'on adopte les définitions formelles
de l'addition et de la multiplication,
on peut démontrer les principes de simpli-
fication (P. 23, 24) et de composition (P. 27.)
On peut aussi démontrer le principe
du syllogisme (P. 26) en établissant
tout d'abord la relation fondamentale
entre les deux copules \circ et $=$:

$$a \circ b. = . \quad \text{---} \quad a = ab \quad (P. 52.)$$

(Comme vous voyez, je ~~insiste~~^{separe} sur ce
point de Mr Schröder, qui admet en
axiome le principe du syllogisme, et
je me rallie à Leibnitz, qui le démontrait.)
Il admetts en revanche un axiome qui
servait à Leibnitz de définition de
l'égalité: « Deux expressions égales
peuvent se remplacer l'une par l'autre »

(1) Cf. F₁ I, § 1, P. 33. (2) Cf. F₂ § 1, P. 80, note.

dans toutes leurs relations... (ce que je vous
appelais le principe de la substitution
des semblables, et ce que j'appellerais
le principe de l'équivalence (1)) Enfin
on peut encore démontrer le principe de
transposition (P 109) et le principe de
contraposition (P 112), au lieu de les déduire
du prétendu axiome Pp 107.

Reste le principe d'importation et
d'exportation, que je considère sous sa
forme générale et simple (due à Peirce):
 $a \supset b \supset c : = . a b \supset c$ (F₁ §1 P 39.)

Dans F₁, vous le déduisiez d'un principe
assez paradoxal (P 26) qui a disparu dans
F₂ (et, je crois, avec raison.) Il se déduit
très simplement de l'axiome spécial de
Schröder, relatif aux propositions:

$$(a - 1) = a$$

de où résulte la formule très importante:
(1) Permettez-moi de vous rappeler que c'est
pour moi l'axiome fondamental de la logique,
nommé axiome Δ dans mon Infinitesimal.

$$a \supset b. = -a \vee b \quad (\text{P. 361, note } 9)$$

qui permet de transformer les propositions secondaires en propositions primaires.

De cette même formule découlent toutes les propositions paradoxales de Peirce (F₁, I, § 1, P 26, 27, 37, 38, 39, 42, 43) (Cf. Schröder, § 45.) Le principe d'importation et d'exportation permet aussi de démontrer le principe du raisonnement hypothétique, pris pour axiome dans F₁ (Pp 12) mais non dans F₂. - Seulement, toutes ces propositions qui dérivent de l'axiome spécial de Schröder n'ont, comme lui, qu'une portée restreinte. En effet, non seulement il vaut pour les propositions, et non pour les classes (pour lesquelles il n'y a pas de sens), mais il ne vaut que pour les propositions catégoriques ou à sens constant, pour lesquelles on a: $(a=0) + (a=1) = 1$.

11

C'est ce qui m'a permis d'expliquer un
disaccord entre Mac Coll et Schröder,
celui-ci formulant l'égalité :

$$(a \neq b) = a + b$$

tandis que Mac Coll n'admet que
l'implication: $(a : b) : a + b$.

parce que, pour lui: $(a = 1) \supset a$
mais non inversement: $a \supset (a = 1)$

Par suite, il faut éviter de déduire des
propositions spéciales des propositions
d'une portée générale; c'est ce que vous
avez fait dans F_1 , § 2, en ~~établissant~~^{démontrant} la
loi distributive (P 20, 21) et le principe
de transposition de Peirce (P 24, 25, 26.)⁽¹⁾

[Celui-ci se déduit très simplement de la
relation fondamentale (Boole, Schröder)
qui permet de transformer une subjonction
en égalité: $(a \neq b) = (ab, = 0)$]

- Comme ces défauts ont été corrigés dans
 F_2 , cette dernière critique ne se trouve pas
dans mon article, et je ne la mentionne
ici

(1) F_2 § 1 P 253-253.

que pour vous prouver avec quel soin j'ai
étudié votre ouvrage et recherché les
modifications qu'il a subies. Je serais
heureux que mes autres critiques vous
fournissent l'occasion de perfectionner
encore une œuvre si utile et si méritoire,
à laquelle je rends, dans mon article,
la justice et la reconnaissance qui lui
sont dues. - J'atténue d'ailleurs toutes
ces critiques en montrant que tout votre
système est déterminé par sa fin propre
qui est de formuler et de démontrer
les propositions mathématiques. C'est
pour cela que je explique, d'une part,
la multiplicité un peu surabondante
des notations, et d'autre part, le peu
de développement donné à l'Algèbre
de la logique, c'est-à-dire à la théorie des
fonctions et des équations (F_2 § 1, P 270 -
277, P. 351-358)⁽¹⁾ développement
aucun, du reste, votre notation ne se

(1) J'en ai compte d'ailleurs de la note de P 257.

préte qu'on, surtout à cause du signe de la
négation.

Permettez-moi, en terminant, de vous
envoyer quelques Errata et Corrigeunda:-
P 74, la citation de Lambert ne répond pas
à la formule: $a \circ b \circ c : \circ . ab \circ c$,
mais plutôt à: $a \circ b . \circ c : \circ . ab \circ c$ (faux.)

P 214, la démonstration pourrait s'abrégier
en faisant appel à P 213, ~~deux fois de suite~~
à P. 209.

P 221, au lieu de P 23, on peut mettre: P 52.

P 234, ajouter: [P 202 \circ P.]

~~P 308, il manque son caput~~

P 321, la citation de Leibnitz est fautive, je renvoie
à la soûstractiôn, et non à la négation.

P 345, l. 4: incommunicantia au lieu de inter-
itid, l. 2: p 97a au lieu de: p. 96.

Page 31, ligne 21: nombre au lieu de: membre.

P. 46, l. 92: $a = \vee$ au lieu de: $a = \wedge$.

P. 48, l. 12: $\exists x$ au lieu de: $\exists a$.

- Encore une fois, ces petites corrections n'ont
pour but que de vous prouver l'intérêt qu'il
porte à votre ouvrage. Je vous prie d'excuser
mes critiques, si elles vous paraissent injustes;
elles sont uniquement inspirées par le désir
de contribuer au perfectionnement de votre œuvre.
v. 1^{er} page.