Illustre Professore

Nella speranza di avere finalmente raggiunto risultati di qualche interesse ancora disturbarLa con una nuova dimostrazione del postulato. Ella, come sempre, mi saprà e vorrà perdonare.

Grazie infinite e ossequi devotissimi

Dev.mo

Giuseppe Rolla

Perugia (R. Liceo Scientifico),
17 ottobre 1931

Lettera 22

Dimostrazione del postulato

[illegible] emisfera, intanto, ben rappresenta il [illegible]
[illegible]clideo. Un semicircolo vi è individuato
[illegible] suoi punti; due semicircoli hanno sempre
[illegible] comune o si toccano sulla circonferenza
[illegible], corrispondente alla retta all'infinito del piano...

Considero ora una semisfera e il piano tangente nel suo polo. Mantengo fisso il piano e il punto di tangenza e faccio crescere il raggio. La semisfera, al limite, coinciderà o no col piano?

Osservo che essa semisfera, al limite, ha i suoi semicircoli massimi di grandezza infinita. Su di essa non vale quindi più la geometria dell'angolo ottuso; e nemmeno vi può valere quella dell'angolo [illegible]cuto, poiché non siamo passati alla curvatura [illegible]

[illegible] Su di essa vale quindi la geometria
[illegible] retto, che la fa essere un piano, lo
[illegible]ano tangente. – Ma ciò basta a dimo-
[illegible]l postulato.

[illegible] aggiungo che il terzo postulato di Euclide
[illegible]pone l'unicità della retta e del piano,
e questi allora non possono essere che quelli euclidei.

– Osservo, infine, che la geometria del Lobacevski è effettuabile nello stesso piano euclideo. Essa è rappresentabile, infatti, sulla calotta sferica, presi come retta gli archi di semicircoli massimi che vi sono compresi, e questa rappresentazione si può poi proiettare sul piano tangente ~~nel~~ nel polo dal centro del circolo terminale della calotta stessa. – Ciò significa che nello sviluppo di quella geometria non vi possono essere incongruenze, ma che vi è contrariamente a qualche postulato implicito nella geometria euclidea. E questo si può ben rilevare proprio dalla rappresentazione per mezzo della conica: le corde, esclusi i diametri, non vi sono assi di simmetria, come pure non lo sono gli archi di semicircoli massimi, esclusi quelli passanti per [illegible] della calotta sferica: altrettanto si de[illegible] per le rette lobacevskiane, escluse que[illegible] passano per il <u>centro</u> del piano.